

## تحلیل عددی بهینه‌سازی توپولوژی با درصد حجم‌های متفاوت روی سازه های شوارتز اولیه و جایرود در

### محدوده الاستیک

سوسن پورامینائی<sup>۱</sup>، فاطیما دادبخش<sup>۲</sup>، ستارجداری سلامی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد تهران مرکز، تهران، susan.aminiae@gmail.com  
<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد تهران مرکز، تهران، fatimadadbakhsh7@gmail.com  
<sup>۳</sup> دانشیار، دانشگاه آزاد تهران مرکز، تهران، sattar.salami@gmail.com

#### چکیده

در این تحقیق به بررسی فرآیند بهینه‌سازی توپولوژی در ساختار شوارتز اولیه و جایرود به منظور بهبود استحکام و چگالی جذب انرژی توسط نرم‌افزار آباکوس و حل گر توسکا پرداخته شده است. پس از انجام بهینه‌سازی با دو تابع هدف حجم و انرژی کرنشی برای تعیین ساختار نهایی با قابلیت جذب انرژی بالا، چند حجم انتخابی کمتر از حجم کل سازه در توپولوژی مورد بررسی قرار گرفته شده است و از آنجایی که هدف اصلی انجام این پژوهش رسیدن به ساختار بیومیدیکال بهینه از نظر حجم کم و چگالی جذب انرژی بالا است، برای این منظور چگالی جذب انرژی سازه‌ها با درصد حجم‌های متفاوت را با در نظر گرفتن توابع هدف انرژی کرنشی و حجم بررسی شده است و در نتیجه سازه شوارتز اولیه در حجم ۹۰٪ با چگالی جذب انرژی ۱۵/۱۷۹۰۱ مگاژول بر متر مکعب و سازه جایرود نیز در حجم ۷۰٪ با چگالی جذب انرژی ۵۵/۶۲۲۹۷ مگاژول بر متر مکعب به بهینه‌ترین حالت خود از نظر حجم و چگالی جذب انرژی رسیده اند. از نوآوری‌های این پژوهش می‌توان به فرآیند بهینه‌سازی از نوع توپولوژی با درصد حجم‌های متفاوت روی سازه شوارتز اولیه و جایرود برای انتخاب حجم نهایی مناسب از نظر قابلیت جذب انرژی بهتر که تاکنون در تحقیقی انجام نشده است اشاره کرد.

#### واژه های کلیدی

تی پی ام اس، شوارتز اولیه، جایرود، نرم‌افزار آباکوس و توسکا، کتیا، چگالی انرژی جذب شده، بهینه‌سازی توپولوژی، حجم بهینه.

#### مقدمه

ساختار داخلی استخوان پیچیده است و به‌طور مداوم با رشد، تقویت و جذب خود را بازسازی می‌کند اما از دست دادن استخوان‌های بزرگ به‌طور معمول نیاز به ایمپلنت‌های خاص برای بازگرداندن توانایی و عملکرد ظاهری دارند، موارد جایگزینی علاوه بر خواص مکانیکی

از نظر ظاهری نیز باید با استخوان‌ها مطابقت داشته باشند. در دنیای امروز ثابت شده است که بهینه‌سازی تکنیک مناسبی برای طراحی جایگزین‌های استخوانی است. بهینه‌سازی از دیرباز یکی از موضوع‌های جذاب و مهم صنعت و مراکز پژوهشی بوده است [۱]. انجام بهینه‌سازی مستلزم دقت بالایی است و یکی از حوزه‌های تحقیقاتی مهندسی است که اخیراً به محبوب‌ترین زیرشاخه مهندسی تبدیل شده است. یکی از انواع بهینه‌سازی، بهینه‌سازی توپولوژی می‌باشد. در واقع بهینه‌سازی توپولوژی یک روش ریاضی است که چیدمان مواد را در یک فضای طراحی معین برای مجموعه معینی از بارگذاری‌ها، شرایط مرزی و محدودیت‌ها با هدف به حداکثر رساندن عملکرد سیستم بهینه می‌کند. یعنی به زبان ساده حجم مواد درون سازه را کم می‌کند تا به کارآمدترین طراحی دست یابد. تابع هدف در این نوع بهینه‌سازی زیبایی یا سهولت ساخت نیست. یکی از روش‌های قابل اتکا و مهم در بهینه‌سازی، بهینه‌سازی با رایانه است که تجلی بهینه‌سازی برای قطعات صنعتی، سازه‌ها و بهینه‌سازی توپولوژی محسوب می‌شود، بهینه‌سازی توپولوژی عبارت است از به دست آوردن هندسه بهینه از یک هندسه اولیه ضمن در نظر گرفتن شرایط مسئله است [۲].

سازه تی پی ام اس سطحی است که مساحت آن به حداقل می‌رسد یعنی یک قطعه کوچک دارای کوچک‌ترین مساحت ممکن، تی پی ام اس ها مدل‌های سطحی حداقل هستند که در فضای سه‌بعدی ساخته شده‌اند و تناوب را در سه جهت مستقل در فضای سه‌بعدی نشان می‌دهند و می‌توانند به‌طور نامحدود در سه جهت بصورت متناوب گسترش یابند [۳]، هرکدام از آن‌ها خواص مکانیکی خود را دارند. یکی از دلایل استفاده از تی پی ام اس ها در جایگزینی‌های درون بدن وجود خواص مکانیکی و ظرفیت جذب انرژی در آن‌ها است. سازه تی پی ام اس شوارتز اولین بار توسط شوارتز در سال

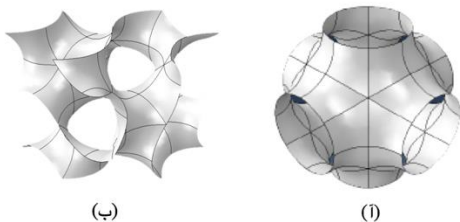
دو سازه مذکور را وقتی بهینه سازی هندسه بر روی آنها صورت گرفته است را با هم مقایسه کرده است.

### روش تحقیق

در ابتدا هندسه هر یک از سازه های تی پی ام اس شوارتز اولیه و جایرود در نرم افزار طراحی مهندسی کتیا طراحی شده است. روابط مربوط به هر یک به ترتیب در زیر آورده شده است:

$$(X, Y, Z) = \cos(\lambda x X) + \cos(\lambda y Y) + \cos(\lambda z Z) F \rho \quad (1)$$

$$\sin(X) \cos(Y) + \sin(Y) \cos(Z) + \sin(Z) \cos(X) = 0 \quad (2)$$



شکل ۱- (آ) سازه شوارتز اولیه (ب) سازه جایرود

در این تحقیق برای هر یک از سازه های تی پی ام اس شوارتز اولیه و جایرود تمامی مراحل و تجزیه و تحلیل ها به صورت کاملاً جداگانه انجام شده است. دو مدل تی پی ام اس را به ضخامت ۱ میلی متر و ابعاد ۲ در ۲ میلی متر توسط نرم افزار متلب کدنویسی شده و نهایتاً در نرم افزار طراحی مهندسی کتیا تبدیل به سطح شده است در مرحله بعد فایل های مدل سازی شده در کتیا به محیط نرم افزار آباکوس فراخوانده شده اند. آباکوس نرم افزاری برای مدل سازی و تجزیه و تحلیل اجزا و مجموعه های مکانیکی (پیش پردازش) و تجسم نتایج تحلیل اجزا محدود، استفاده میشود، که در سال ۱۹۷۸ ارائه شده است. نام این نرم افزار بر اساس ابزار محاسبه چرتکه است. اساس کار آباکوس با استفاده از روش اجزای محدود میباشد. این نرم افزار از قسمت های متعددی تشکیل شده که به هر قسمت ماژول نیز گفته میشود [۹، ۱۰].

روی این دو سازه تحلیل هایی انجام داده شد به این صورت که در فضای ماژول قطعه، سازه ها به صورت دوبعدی طراحی و مدل سازی شده اند. برای سازه ها المانی به صورت ورقه یا به عبارت دیگر پوسته و از نوع همگن تعریف شده است. سپس در قسمت خواص مکانیکی برای سازه خواص ماده تعریف شده است. خواص ماده الاستیک که شامل مدول یانگ ۱۹۹۳/۲ مگاپاسکال و ضریب پواسون ۰/۳ می باشد برای این دو تی پی ام اس تعریف و به آنها نسبت داده شده است، سپس در ماژول گام آباکوس که امکان تعریف شرایط مرزی، زمینه های از پیش مشخص شده و تعاملاتی را که در همان ابتدای تجزیه و تحلیل قابل اجرا هستند، مشخص شده است. در این قسمت حالت استاتیکی/عمومی به عنوان روش حل انتخاب و دوره زمانی برای هر مرحله همان پیش فرض خود نرم افزار آباکوس قرار داده شده است. بعلاوه اثر هندسی غیر خطی به عنوان وسیله ای برای

۱۸۶۵ ارائه شد و این ساختار از سری های معمولی تی پی ام اس است و برای نمونه سازی داربست های بافتی با نسبت سطح به حجم بالا و تخلخل بالا در نظر گرفته می شود.

نخستین بار در سال ۲۰۱۹ سطح تی پی ام اس ها برای طراحی داربست ها استفاده شدند از ویژگی های مهم یک داربست خوب می توان به ساختار کنترل شده، مقاومت الکتریکی بالا، داشتن منافذ به هم پیوسته با اندازه مناسب و ساختار زیست سازگار به منظور راحتی با ویژگی های زیست شناسی و ... اشاره کرد.

داربست مناسب و کارآمد داربستی است که دارای استحکام مکانیکی بالا باشد و تخلخل آن در حدی باشد که به مقاومت داربست لطمه وارد نکند، بر اساس مطالعه ای شن انجام داده است قدرت نفوذ پذیری سیال در شوارتز اولیه نسبت به سایر سطوح حداقل بالاتر است، در نتیجه این سطح برای طراحی داربست های بافتی از اندازه ۳ تا ۵ میلی متر مناسب است [۴].

بر اساس مطالعه ژانگ و همکاران در سال ۲۰۱۸، اندازه سلول واحد نقش مهمی در عملکرد مکانیکی ساختارهای متخلخل دارد.

ماسکری و همکاران در سال ۲۰۱۵ به این نتیجه رسیدند که افزایش اندازه سلول واحد منجر به کاهش مدول ساختارهای متخلخل می شود.

ژانورد و همکاران در سال ۲۰۱۶ تحقیقی را ارائه کردند که به بررسی تاثیر اندازه سلول واحد مؤثر بر خواص مکانیکی و جذب انرژی پرداخته است [۵].

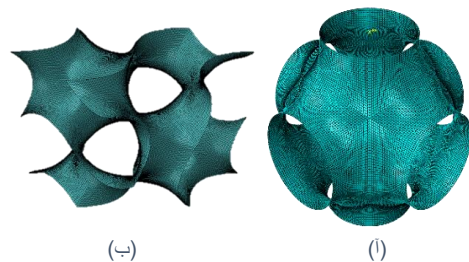
طی مقاله ای در سال ۲۰۲۲ که در آن سازه جایرود با طراحی شبکه ای مثلثی و ساختار متخلخل مرکب با جایرودی با همین خصوصیات که از نظر توزیع تنش و میزان تخلخل بالاتر در جهت بهبود خواص مکانیکی بهینه شده، مقایسه شدند. نتایج نشان داد که در جایرود بهینه شده به وضوح استحکام، مدول یانگ و جذب انرژی ویژه به طور همزمان افزایش یافته است [۶].

در سال ۲۰۱۹ مقاله ای تحت عنوان طراحی و مدل سازی بهینه ساختارهای سلولی درجه بندی شده جایرود به چاپ رسید از این مقاله مطالب جالب و مفیدی استخراج شد [۷].

از دیگر مطالعاتی که در سال ۲۰۲۰ بر روی سازه های تی پی ام اس صورت گرفته است تاثیر تخلخل و ضخامت پوسته بر روی پاسخ تحت بار فشاری و خواص مکانیکی سازه شوارتز میباشد. نتایج نشان داده سازه شوارتز با ضخامت پوسته بیشتر دارای مدول الاستیک نسبی و مدول یانگ بالاتر و استحکام بیشتری نیز میباشد [۸].

حال در پژوهش ارائه شده به مطالعه بر روی بهینه سازی هندسی دو سازه تی پی ام اس جایرود و شوارتز اولیه در جهت بهبود خواص مکانیکی پرداخته شده است. در واقع این پژوهش چگالی جذب انرژی

مشاهده تغییر شکل بزرگ فعال شده است. در محیط بارگذاری آباکوس، از سمت بالا به سازه ها نیرو وارد می شود. جابجایی به اندازه ۲۵ میلیمتر در جهت خلاف محور عمودی (بار فشاری) اعمال شده است به صورتی که ضلع پایین سازه ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین توزیع بار به صورت یکنواخت انتخاب شده است. اندازه مش ۲ میلی متر و المان ۴ گرهی با نقطه انتگرال گیری کاهش یافته را روی آن ها اعمال و تحلیل روی سازه به صورت کامل انجام شد. با استفاده از ماژول بصری آباکوس نمودار نیرو و جابجایی هر یک به دست آمده است (هدف از استخراج نمودار نیرو-جابجایی، دستیابی به مساحت زیر این منحنی ها می باشد که بیانگر انرژی جذب شده توسط سازه می باشد). در نهایت سازه وارد مرحله بهینه سازی آباکوس شده، در این مرحله با انتخاب بهینه سازی توپولوژی روی هر یک از سازه ها پنج بار به صورت مجزا بهینه سازی صورت گرفته است. بهینه سازی بر پایه هندسه برای انتخاب بهینه ترین ساختار انجام گرفته است. بهینه سازی توپولوژی درحالی که تلاش می کند به طراحی بهینه برسد، مواد را از عناصر موجود در منطقه طراحی حذف و اضافه می کند [۱۱]. به این صورت که برای هر بار بهینه سازی هندسی دو متغیر به عنوان توابع پاسخ تعریف شدند که شامل انرژی کرنشی و حجم به ترتیب برای توابع هدف و محدودیت بودند. در هر بار بهینه سازی هندسه، حجم به عنوان تابع محدودیت، در پنج درصد متفاوت که شامل ۱۰۰٪، ۹۰٪، ۸۰٪، ۷۰٪، ۶۰٪ می باشد، انرژی کرنشی و سایر شرایط در هر پنج بار بهینه سازی، مانند هم بوده و در نهایت نمودارهای نیرو-جابجایی و قابلیت جذب انرژی هر یک از سازه ها مورد مقایسه و بررسی هم قرار گرفته اند.



شکل-۲ مش بندی ۲ میلیمتری، (ا) سازه شوارتز (ب) سازه جاپرود

## نتایج

مقاله جاری به طور دقیق و ریزبینانه به بررسی و مقایسه چهار پارامتر در دو سازه تی پی ام اس شوارتز اولیه و جاپرود قبل و بعد از انجام بهینه سازی هندسه پرداخته است. مقایسه نمودارهای نیرو-جابجایی، بررسی و مقایسه دقیق چگالی جذب انرژی، بررسی حجم و در نهایت محاسبه و قیاس نرخ رشد چگالی جذب انرژی در هر یک از سازه ها، موارد مورد مطالعه در این پژوهش میباشند.

بررسی مقایسه ای رفتار مکانیکی عددی سازه های شوارتز اولیه و جاپرود با حجم های مختلف به صورت نمودار نیرو - جابه جایی در

شکل ۳ و ۴ رسم شده است که برای شوارتز اولیه تا ۷۰٪ و برای جاپرود تا ۶۰٪ می باشد، همان طور که در شکل قابل مشاهده است نیرو به واسطه اینکه قسمتهایی از سازه در فرآیند بهینه سازی حذف شده اند به مراتب کاهش پیدا کرده است. یعنی نیرو در حالت اولیه سازه ها (۱۰۰٪) در جابجایی یکسان، بیشترین مقدار را دارد. این عدد برای سازه شوارتز اولیه ۲۸۰۳۵/۸ نیوتن و برای سازه جاپرود ۱۱۶۰۷۰ نیوتن می باشد. بنابراین همان طور که در شکل مشخص شده، در شرایط یکسان تجزیه و تحلیل، برای دو سازه تی پی ام اس شوارتز اولیه و جاپرود، در جابجایی یکسان، سازه جاپرود مقدار نیرو بیشتری را جذب کرده است.

مهمترین هدف این پژوهش مقایسه چگالی جذب انرژی سازه های شوارتز اولیه و جاپرود قبل و بعد از انجام بهینه سازی هندسه می باشد. به این معنا که انجام فرآیند بهینه سازی توپولوژی باید باعث افزایش چگالی جذب انرژی سازه شود. همان طور که در جدول ۱ و ۲ مشخص است، برای سازه شوارتز، بهینه سازی توپولوژی در حجم ۹۰٪، بیشترین چگالی جذب انرژی را داشته و برای سازه جاپرود در حجم ۷۰٪ که به ترتیب به صورت عددی شامل مقادیر ۵۵/۶۲۲۹۷ و ۱۵/۱۷۹۰۱ مگاژول بر متر مکعب می باشد. بنابراین بهینه سازی هندسه روی سازه شوارتز اولیه و جاپرود به صورت موفق انجام شده است. همچنین با توجه به اعداد مشخص شده بین تی پی ام اس های شوارتز اولیه و جاپرود، مقدار جذب انرژی بیشتری را داشته اما سازه شوارتز در درصد حجمی بیشتری به حالت بهینه رسیده است.

در این پژوهش از بهینه سازی هندسه استفاده شده است و این بهینه سازی یک فرآیند الگوریتمی می باشد که کارآمدترین طراحی را بر اساس مجموعه ای از محدودیت ها یا ویژگی ها، اغلب با حذف مواد از طرح، نشان می دهد. بنابراین با انجام بهینه سازی هندسه حجم سازه کاهش پیدا کرده. حجم اولیه سازه شوارتز قبل از بهینه سازی هندسه ۹۳۸/۵ میلی متر مکعب و برای سازه جاپرود ۱۲۴۵ بوده است، که به مراتب با انجام بهینه سازی کاهش یافته. سازه شوارتز در بهینه سازی ۹۰٪ به حداکثر چگالی جذب انرژی خود و حجم به ۸۸۶/۳ میلی متر مکعب رسیده، به عبارت دیگر نرخ کاهش حجم از حالت اولیه سازه تا بهینه ترین حالت برای سازه شوارتز، ۵/۵٪ می باشد. سازه جاپرود در ۷۰٪ کاهش حجم، به بهینه ترین حالت خود رسیده و حجم ۸۹۹/۴ میلی متر مکعب می باشد که نرخ کاهش حجم برای سازه جاپرود از حالت اولیه تا ۷۰٪ بهینه سازی، ۳۰/۸٪ می باشد. جدول ۱ و ۲

موضوع مورد مطالعه دیگر در این پژوهش، محاسبه نرخ رشد چگالی جذب انرژی در حالت بهینه شده برای دو سازه تی پی ام اس شوارتز اولیه و جاپرود می باشد. سازه شوارتز اولیه در ۹۰٪ بهینه سازی هندسه به حالت بهینه خود، که بیشترین چگالی جذب انرژی را داشته، رسیده. و سازه جاپرود در ۷۰٪ به بهینه ترین حالت خود دست

پیدا کرده است. اعداد مربوط به نرخ رشد چگالی جذب انرژی برای این دو سازه به ترتیب مذکور شامل:  $1/623\%$  و  $18/24\%$  میباشد.

مقایسه چگالی جذب انرژی درصدهای متفاوت شوارتز تاثیر بهینه سازی هندسه بر توزیع تنش.

جدول ۱ - مشخصات سازه شوارتز اولیه

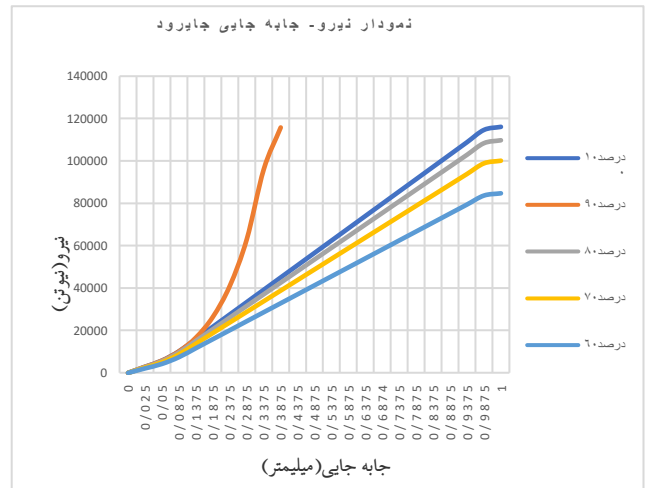
چگالی جذب انرژی به صورت عددی (مگازول بر مترمکعب)	جذب انرژی (مگازول)	حجم (مترمکعب)	درصد حجم سازه شوارتز اولیه
۱۴.۹۳۶۵۱	۱۴۰۱۷.۹۱۳	۹۳۸.۵	٪۱۰۰
۱۵.۱۷۹۰۱	۱۳۴۵۳.۱۵۲	۸۸۶.۳	٪۹۰
۱۴.۵۸۲۸۶	۱۱۵۱۶.۰۸۱	۷۸۹.۷	٪۸۰
۱۴.۶۱۷۹۷	۱۰۲۶۰.۳۵۷	۷۰۱.۹	٪۷۰



شکل ۳- نمودار نیرو-جابجایی سازه شوارتز اولیه در درصد های مختلف حجم در بهینه سازی هندسه

جدول ۲ - مشخصات سازه جاپرود

چگالی جذب انرژی به صورت عددی (مگازول بر مترمکعب)	جذب انرژی (مگازول)	حجم (مترمکعب)	درصد حجم سازه جاپرود
۴۶.۶۱۴۳	۵۸۰۳۴.۸۰۳	۱۲۴۵	٪۱۰۰
۵۰.۶۲۲۹۷	۵۷۸۶۲.۰۰۶	۱۱۴۳	٪۹۰
۵۳.۶۷۰۵۲	۵۴۹۰۴.۹۶۴	۱۰۲۳	٪۸۰
۵۵.۶۲۲۹۷	۵۰۰۲۷.۳	۸۹۹.۴	٪۷۰
۵۴.۹۳۹۳۵	۴۲۳۳۰.۷۷	۷۷۰.۵	٪۶۰

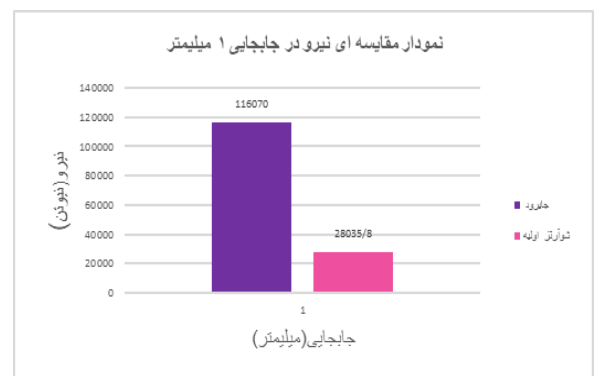


شکل ۴- نمودار نیرو جابجایی سازه جاپرود در درصد های مختلف حجم در بهینه سازی هندسه

خروجی سازه شوارتز اولیه و جاپرود با فرمت اس تی ال است که یکی از رایج ترین فرمت های موجود برای پرینترهای سه بعدی محسوب می شود.

### نتیجه گیری و جمع بندی

- عدد ۲ میلی متر برای مش زدن هندسه سازه شوارتز اولیه و جاپرود مورد استفاده قرار گرفته است.
- استفاده از المان ۴ گرهی با نقطه انتگرال گیری کاهش یافته برای مش زدن سازه شوارتز اولیه و جاپرود در نرم افزار المان محدود آباکوس.
- بهینه سازی توپولوژی برای بهینه کردن سازه شوارتز اولیه و جاپرود مورد استفاده قرار می گیرد.



شکل ۵ - نمودار میله ای جذب نیرو سازه شوارتز اولیه و جاپرود در جابجایی ۱ میلیمتر

- Assisted Methods in Engineering and Science, ۲۰۲۰. ۲۷(۲-۳): p. ۹۷-۱۳۲.
۳. Simsek, U., et al., *Modal characterization of additively manufactured TPMS structures: comparison between different modeling methods*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, ۲۰۲۱. ۱۱۵(۳): p. ۶۵۷-۶۷۴.
  ۴. Salehi, A. and A. Daneshmehr, *Using Minimal Surface theory to design bone tissue scaffold and validate it with SLS 3D printer*. ۲۰۱۹.
  ۵. Yang, L., et al., *Insights into unit cell size effect on mechanical responses and energy absorption capability of titanium graded porous structures manufactured by laser powder bed fusion*. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, ۲۰۲۰. ۱۰۹: p. ۱۰۳۸-۴۳.
  ۶. Li, D., et al., *Optimal design and modeling of gyroid-based functionally graded cellular structures for additive manufacturing*. Computer-Aided Design, ۲۰۱۸. ۱۰۴: p. ۸۷-۹۹.
  ۷. Lv, X., et al., *Gyroid minimal surface-based composite porous structure with superior mechanical property via triangular grid design and stress distribution optimization*. Materials Today Communications, ۲۰۲۲. ۳۳: p. ۱۰۴۵۵۰.
  ۸. Jia, H., et al., *An experimental and numerical investigation of compressive response of designed Schwarz Primitive triply periodic minimal surface with non-uniform shell thickness*. Extreme Mechanics Letters, ۲۰۲۰. ۳۷: p. ۱۰۰۶۷۱.
  ۹. <https://www.iranmodares.com/article-index.php?ID=۵۸۳۰>.
  ۱۰. <https://waterse.ir/abaqus-introduction/>.
  ۱۱. [https://abaqus-docs.mit.edu/۲۰۱۷/English/DSSIMULI\\_A\\_Established.htm](https://abaqus-docs.mit.edu/۲۰۱۷/English/DSSIMULI_A_Established.htm).

- بهینه‌سازی توپولوژی روی سازه های شوارتز اولیه و جایرود با در نظر گرفتن توابع حجم و انرژی کرنشی انجام می‌شود.
- در سازه شوارتز اولیه و جایرود با توجه به این که هدف از بهینه کردن این سازه در این پژوهش بالا بردن سفتی و چگالی جذب انرژی است.
- با حذف شدن المان‌های غیرضروری در سازه های شوارتز اولیه جایرود بر اساس گشتاور اینرسی به این صورت که هر قسمت که گشتاور اینرسی بیشتری داشته باشد تنش کمتری دارد و بالعکس و متخلخل شدن پوسته، سطح مقطعی که نیرو را تحمل می‌کند نیز تغییر می‌کند و تغییرات تنش ایجاد می‌شود به این معنا که تنش در قسمت‌هایی که تمرکز تنش وجود دارد بیشتر می‌شود.
- چگالی جذب انرژی روی سازه شوارتز اولیه از درصد حجم ۱۰۰ به ۹۰ افزایش می‌یابد و برابر با ۱۵/۱۷۹۰۱ مگاژول بر مترمکعب و در سازه جایرود نیز چگالی جذب انرژی از درصد حجم ۱۰۰ به ۷۰ افزایش می‌یابد و برابر با ۵۵/۶۲۲۹۷ مگاژول بر مترمکعب می‌باشد.
- میزان نرخ رشد چگالی جذب انرژی در سازه شوارتز اولیه از ۱۰۰٪ به ۹۰٪ برابر با ۱/۶۲۳ درصد و در جایرود از ۱۰۰٪ به ۷۰٪ برابر با ۱۸/۲۴ درصد می‌باشد.
- بنابراین بهینه سازی هندسه به شکل موفق روی دو سازه تی پی ام اس شوارتز اولیه و جایرود عمل کرده که باعث افزایش چگالی جذب انرژی شده. در واقع سازه شوارتز اولیه نسبت به جایرود زودتر به حالت بهینه خود رسیده اما سازه جایرود با نرخ رشد بیشتری به حالت بهینه دست یافته است.

#### مراجع و منابع

۱. Park, J., et al., *Design of complex bone internal structure using topology optimization with perimeter control*. Computers in biology and medicine, ۲۰۱۸. ۹۴: p. ۷۴-۸۴.
۲. Lógó, J. and H. Ismail, *Milestones in the 150-year history of topology optimization: A review*. Computer